Calculs en classe de 2^de^

I – Puissances et écriture scientifique

Pour tout réel a et tout entier naturel n non nul : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n\text{ facteurs}}$.

Il en découle que, pour tous réels a et b **non nuls** et tous entiers **relatifs** n et m, on a :

$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^0 = 1$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$a^n \times b^n = (ab)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{n \times m}$	$a^{(n^m)} \neq (a^n)^m$ donc l'écriture a^{n^m} est interdite

Un nombre est écrit sous **forme scientifique** si et seulement si il est écrit sous la forme $\pm a \times 10^n$, avec $a \in \mathbb{R}$ tel que $a \in [1;10[$ et $n \in \mathbb{Z}$ (n est un entier relatif).

II – Racines carrées

Pour tout réel **positif ou nul** a, $\sqrt{a}$ est le réel **positif ou nul** tel que $\sqrt{a}^2 = a$.

Une racine carrée est donc un réel positif ou nul, et on ne peut prendre la racine carrée que de nombres positifs ou nuls.

- $\sqrt{3}^2 = 3$; on remarque que $(-\sqrt{3})^2 = (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$.
- $\sqrt{0} = 0$.
- $\sqrt{-7}$ n'existe pas.

Soient a et b deux réels positifs, avec $b \neq 0$.

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Si $a \in \mathbb{N}$ (a est un entier naturel), il existe une simplification de la racine carrée sous la forme $\sqrt{a} = b\sqrt{c}$, où b et c sont deux entiers naturels tels que c est le plus petit possible.

Par exemple, $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$.

III – Développements

Développer, c'est appliquer la distributivité, et donc transformer un produit en somme.

Pour tous nombres réels a , b , c et d :

Distributivité simple : $\boldsymbol{a}(b+c)=\boldsymbol{a}b+\boldsymbol{a}c$.

Distributivité double : $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(c+d)=\boldsymbol{a}c+\boldsymbol{a}d+\boldsymbol{b}c+\boldsymbol{b}d$.
Réduire une expression développée, c'est faire en sorte qu'elle reste développée mais ait le moins de termes possible, par exemple $3(a+b)+2a=\boldsymbol{3a}+3b+\boldsymbol{2a}=\boldsymbol{5a}+3b$.

Pour développer, on peut utiliser les 3 identités remarquables :
$$\begin{aligned}&\boldsymbol{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}\\&\boldsymbol{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}\\&\boldsymbol{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}\end{aligned}$$

IV – Factorisations

Pour factoriser, deux cas se présentent. Soit on voit un facteur commun, soit on n'en voit pas.

A – Si l'on ne voit pas de facteur commun, il y a sûrement une identité remarquable à utiliser.

Rappels :
$$\begin{aligned}&\boldsymbol{a^2+2ab+b^2=(a+b)^2}\\&\boldsymbol{a^2-2ab+b^2=(a-b)^2}\\&\boldsymbol{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}\end{aligned}$$

Exemples :
$A=9x^2-1=(3x)^2-1^2=(3x+1)(3x-1)$
$B=16x^2-24x+9=(4x)^2-2\times4x\times3+3^2=(4x-3)^2$
$C=(3x+2)^2-(7x-4)^2=(3x+2+7x-4)(3x+2-(7x-4))$ donc
$C=(10x-2)(3x+2-7x+4)=(10x-2)(-4x+6)$

B – Si l'on voit un facteur commun, on factorise par celui-ci...

Rappels : $\boldsymbol{ab+ac=a(b+c)}$ et $\boldsymbol{ab-ac=a(b-c)}$

Exemples :
$D=\boldsymbol{(2x+3)}(1-3x)+(4+5x)\boldsymbol{(2x+3)}=\boldsymbol{(2x+3)}(1-3x+4+5x)$ donc $D=(2x+3)(5+2x)$
$E=\boldsymbol{(1-2x)}(x+4)-\boldsymbol{(1-2x)}(5x+1)=\boldsymbol{(1-2x)}(x+4-(5x+1))$ donc
$E=(1-2x)(x+4-5x-1)=(1-2x)(-4x+3)$
$F=(3x+2)^2-(3x+2)$
$F=\boldsymbol{(3x+2)}\boldsymbol{(3x+2)}-(3x+2)\boldsymbol{1}$ (faire « apparaître » ce « 1 » est capital !)
$F=\boldsymbol{(3x+2)}(3x+2-1)$
$F=(3x+2)(3x+1)$
$G=(x+2)(x-1)+(2x+4)(x-3)=\boldsymbol{(x+2)}(x-1)+\boldsymbol{2(x+2)}(x-3)$ (on fait apparaître le facteur commun...)
$G=\boldsymbol{(x+2)}(x-1+2(x-3))=(x+2)(x-1+2x-6)=(x+2)(3x-7)$