FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES – T^LE STMG

ÉQUATION D'UNE DROITE ET SIGNE D'UNE EXPRESSION AFFINE

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$.

La droite (AB) a pour équation $y=ax+b$ avec $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Pour déterminer b , on résout l'équation $y_A=ax_A+b$ ou l'équation $y_B=ax_B+b$.

Si $a\neq 0$, on a :

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		Signe de $-a$	0	Signe de a	

TAUX D'ÉVOLUTION

- **<u>Calcul d'un taux :</u> Une quantité évolue d'une valeur initiale y_1 à une valeur finale y_2 .**

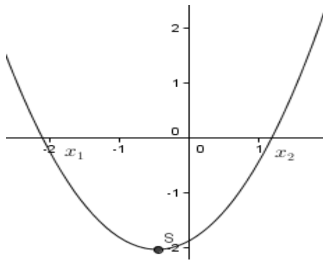
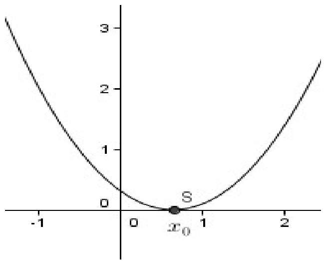
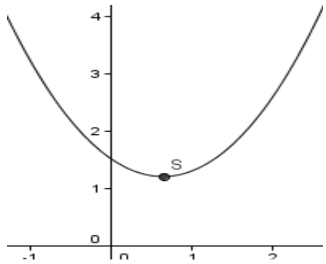
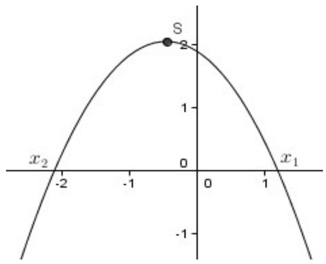
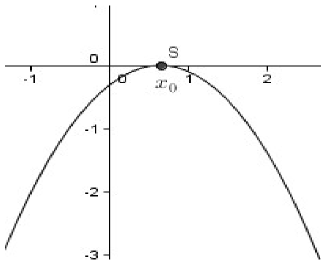
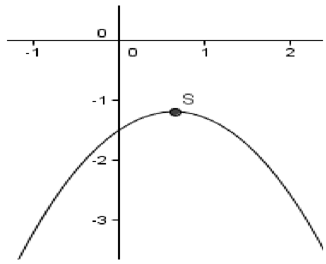
  Le taux d'évolution t de y_1 à y_2 est $t=\dfrac{y_2-y_1}{y_1}$.
- **<u>Appliquer un taux :</u> Faire subir une évolution de taux t , c'est multiplier une quantité par le <u>coefficient multiplicateur</u> $1+t$.**
- **<u>Calcul du taux réciproque :</u> Si une quantité subit une évolution de taux $t\neq -1$, l'évolution réciproque de taux t' vérifie $t'=\dfrac{1}{1+t}-1$.**
- **<u>Calcul du taux global :</u> Si une quantité subit n évolutions de taux respectifs t_1 , t_2 , …, t_n , alors le taux <u>global</u> T vérifie $T=(1+t_1)(1+t_2)\ldots(1+t_n)-1$.**
- **<u>Calcul du taux moyen :</u> Si une quantité subit n évolutions de taux respectifs t_1 , t_2 , …, t_n , alors le taux <u>moyen</u> t_m vérifie $t_m=[(1+t_1)(1+t_2)\ldots(1+t_n)]^{\frac{1}{n}}-1$.**
- **<u>Calcul d'un indice :</u> y_1 et y_2 sont deux valeurs d'une même grandeur.**

  Définir l'<u>indice base 100</u> de cette grandeur correspondant à y_1 , c'est associer à y_1 la valeur $I_1=100$. Par proportionnalité, on a donc $I_2=100\times\dfrac{y_2}{y_1}$.

POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

$\boldsymbol{P(x)=a\,x^2+b\,x+c}$ **(avec $\boldsymbol{a\neq 0}$)**

- **Discriminant :** $\boldsymbol{\Delta=b^2-4ac}$
- **Forme canonique :** $\boldsymbol{P(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a}}$
- **Coordonnées du sommet :** $\boldsymbol{S\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)}$

	$\boldsymbol{\Delta>0}$	$\boldsymbol{\Delta=0}$	$\boldsymbol{\Delta<0}$
Solutions de l'équation $a\,x^2+b\,x+c=0$	$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0=-\frac{b}{2a}$ (racine double)	Pas de solution
Factorisation de $a\,x^2+b\,x+c$	$a(x-x_1)(x-x_2)$	$a(x-x_0)^2$	Pas de factorisation
Représentation graphique quand $a>0$			
Représentation graphique quand $a<0$			
Signe de $a\,x^2+b\,x+c$	x : $-\infty$ x_1 x_2 $+\infty$ $P(x)$: signe de a 0 signe de $-a$ 0 signe de a (en notant x_1 la plus petite racine)	x : $-\infty$ x_0 $+\infty$ $P(x)$: signe de a 0 signe de a	x : $-\infty$ $+\infty$ $P(x)$: signe de a

STATISTIQUES

Valeur du caractère	x_1	x_2	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_p

- **Effectif total :** $N=n_1+n_2+...+n_p$
- **Fréquence de la valeur** x_i **:** $f_i=\frac{n_i}{N}$
- **Moyenne :** $\bar{x}=\frac{n_1x_1+n_2x_2+...+n_px_p}{N}$ ou $\bar{x}=f_1x_1+f_2x_2+...+f_px_p$

Pour la médiane et les quartiles : On suppose que les valeurs de la série d'effectif N sont rangées par ordre croissant (chacune d'elles étant répétée autant de fois que son effectif) : $x_1\leq x_2\leq...\leq x_N$.

- **Médiane :**
  - Si N est impair, $Me=x_{\frac{N+1}{2}}$ (c'est le terme de rang $\frac{N+1}{2}$)
  - Si N est pair, $Me=\frac{x_{\frac{N}{2}}+x_{\frac{N}{2}+1}}{2}$ (c'est la moyenne des termes de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$)
- **Premier quartile :** Le premier quartile Q_1 de la série est la valeur x_i dont l'indice i est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{N}{4}$.
- **Troisième quartile :** Le troisième quartile Q_3 de la série est la valeur x_i dont l'indice i est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{3N}{4}$.
- **Écart interquartile :** $E_i=Q_3-Q_1$.

PROBABILITÉS

- $P(\Omega)=1$ **et** $P(\emptyset)=0$
- **Pour tout évènement** A **,** $0\leqslant P(A)\leqslant 1$
- **Dans une situation d'équiprobabilité,** $P(A)=\frac{\text{nombre d'issues de } A}{\text{nombre total d'issues de } \Omega}$
- $P(\bar{A})=1-P(A)$
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- $\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$ **et** $\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$
- **Si** $P(A)\neq 0$ **,** $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$
- **Si** $P(A)\neq 0$ **,** $P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$

SUITES NUMÉRIQUES

	Suites arithmétiques	**Suites géométriques**
u_{n+1} **en fonction de** u_n	$u_{n+1}=u_n+r$	$u_{n+1}=u_n\times q$
Terme général à partir de u_0	$u_n=u_0+nr$	$u_n=u_0\times q^n$
Terme général à partir de u_1	$u_n=u_1+(n-1)r$	$u_n=u_1\times q^{n-1}$
Terme général à partir de u_p	$u_n=u_p+(n-p)r$	$u_n=u_p\times q^{n-p}$

Utilisation de la calculatrice pour les sommes : calcul de $u_1+u_2+\ldots+u_{100}$ **avec** $u_n=2n+3$ **.**

Texas Instruments	**Casio**	
« catalog » (« 2nde », puis « 0 »), appuyer sur « ln » : **somme(suite(2X+3,X,1,100))**	«CALC » (« OPTN », « CALC » (F4), « ► » (F6)), « Σ(» (F3) : **Σ(2X+3,X,1,100)**	« CATALOG » (« SHIFT », puis « 4 », appuyer sur « x » (multiplier)) : $\sum_{X=1}^{100}(2X+3)$

DÉRIVÉES

- **Dérivées usuelles**

D_f	$f(x)=$	$D_{f'}$	$f'(x)=$
$\mathbb{R}$	k (constante)	$\mathbb{R}$	0
$\mathbb{R}$	x	$\mathbb{R}$	1
$\mathbb{R}$	x^2	$\mathbb{R}$	$2x$
$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$\frac{1}{x}$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$
$\mathbb{R}$	x^n (avec $n\in\mathbb{N}^*$)	$\mathbb{R}$	$n\,x^{n-1}$

- **Opérations sur les dérivées**

$f(x)=$	$f'(x)=$
$k\,u(x)$ (avec k constante)	$k\,u'(x)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-v'(x)u(x)}{[v(x)]^2}$

LOI BINOMIALE

X suit la loi binomiale de paramètres n (un entier naturel non nul) et $p \in [0;1]$.

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

Utilisation de la calculatrice : exemple avec $n=20$ et $p=0,6$.

	Texas Instruments	**Casio**
Menu contenant les instructions	« **distrib** » (« 2nde », puis « var »)	« **BINM** » (« OPTN », « STAT », « DIST », puis « BINM »)
Calcul de $P(X=7)$	**binomFdp(20,0.6,7)**	**binomialPD(7,20,0.6)**
Calcul de $P(X \leqslant 7)$	**binomFrép(20,0.6,7)**	**binomialCD(7,20,0.6)**

LOI NORMALE

X suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ.

- **L'aire sous la courbe d'une loi normale a pour aire 1.**
- $P(X \geqslant \mu) = 0,5$ **et** $P(X \leqslant \mu) = 0,5$
- $P(X \geqslant a) = 1 - P(X < a)$ **et** $P(a \leqslant X \leqslant b) = P(X \leqslant b) - P(X < a)$
- $P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,95$

Utilisation de la calculatrice : exemple avec $\mu = 21$ et $\sigma = 7$.

	Texas Instruments	**Casio**
Menu contenant les instructions	« **distrib** » (« 2nde », puis « var »)	« **NORM** » (« OPTN », « STAT », « DIST », puis « NORM »)
Calcul de $P(10 \leqslant X \leqslant 30)$	**normalFrép(10,30,21,7)**	**normCD(10,30,7,21)**
Calcul de $P(X \leqslant 40)$	**normalFrép(-10^99,40,21,7)**	**normCD(-10^99,40,7,21)**
Calcul de $P(X \geqslant 25)$	**normalFrép(25,10^99,21,7)**	**normCD(25,10^99,7,21)**

ÉCHANTILLONNAGE ET ESTIMATION

Échantillonnage	**Estimation**
On connait p, fréquence théorique d'un caractère sur une population. On a un échantillon de taille n. **L'intervalle** $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ **est appelé intervalle de *fluctuation* au seuil 95 %** de la fréquence de ce caractère aléatoire de taille n issu de la population. <u>Conditions de validité :</u> $n\geqslant 30$, $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$.	On connait f, fréquence observée d'un caractère sur un échantillon de taille n d'une population. **L'intervalle** $\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}};f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ **est appelé intervalle de *confiance* au seuil 95 %** de la proportion p de ce caractère aléatoire de la population.