

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES – T^{LE} STMG

ÉQUATION D'UNE DROITE ET SIGNE D'UNE EXPRESSION AFFINE

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$.

La droite (AB) a pour équation $y = ax + b$ avec $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Pour déterminer b , on résout l'équation $y_A = ax_A + b$ ou l'équation $y_B = ax_B + b$.

Si $a \neq 0$, on a :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	Signe de $-a$		Signe de a

TAUX D'ÉVOLUTION

- **Calcul d'un taux :** Une quantité évolue d'une valeur initiale y_1 à une valeur finale y_2 .

Le taux d'évolution t de y_1 à y_2 est $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$.

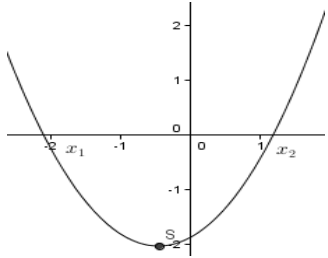
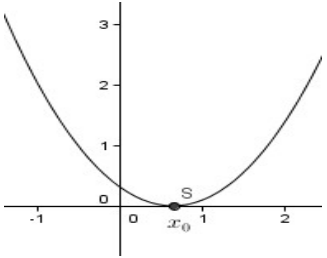
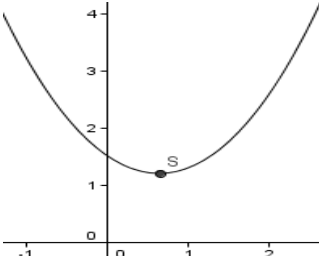
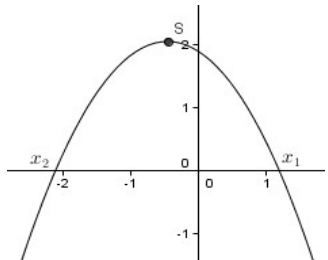
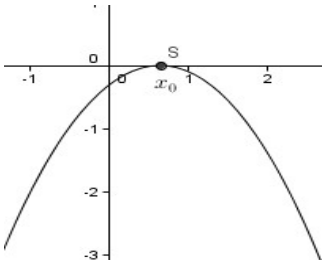
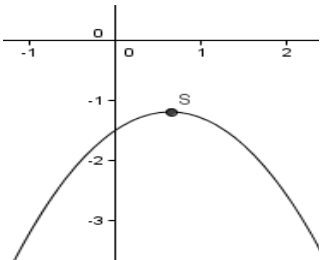
- **Appliquer un taux :** Faire subir une évolution de taux t , c'est multiplier une quantité par le **coefficient multiplicateur** $1 + t$.
- **Calcul du taux réciproque :** Si une quantité subit une évolution de taux $t \neq -1$, l'évolution réciproque de taux t' vérifie $t' = \frac{1}{1+t} - 1$.
- **Calcul du taux global :** Si une quantité subit n évolutions de taux respectifs t_1, t_2, \dots, t_n , alors le **taux global** T vérifie $T = (1+t_1)(1+t_2)\dots(1+t_n) - 1$.
- **Calcul du taux moyen :** Si une quantité subit n évolutions de taux respectifs t_1, t_2, \dots, t_n , alors le **taux moyen** t_m vérifie $t_m = [(1+t_1)(1+t_2)\dots(1+t_n)]^{\frac{1}{n}} - 1$.
- **Calcul d'un indice :** y_1 et y_2 sont deux valeurs d'une même grandeur.

Définir l'**indice base 100** de cette grandeur correspondant à y_1 , c'est associer à y_1 la valeur $I_1 = 100$. Par proportionnalité, on a donc $I_2 = 100 \times \frac{y_2}{y_1}$.

POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

$$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (\text{avec } a \neq 0)$$

- Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$
- Forme canonique : $P(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$
- Coordonnées du sommet : $S \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right)$

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$																								
Solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0 = -\frac{b}{2a}$ (racine double)	Pas de solution																								
Factorisation de $ax^2 + bx + c$	$a(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x - x_0)^2$	Pas de factorisation																								
Représentation graphique quand $a > 0$																											
Représentation graphique quand $a < 0$																											
Signe de $ax^2 + bx + c$	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">x_1</td> <td style="text-align: center;">x_2</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$P(x)$</td> <td style="text-align: center;">sig ne de a</td> <td style="text-align: center;">sig 0 ne de $-a$</td> <td style="text-align: center;">sig 0 ne de a</td> <td style="text-align: center;">sig ne de a</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$P(x)$	sig ne de a	sig 0 ne de $-a$	sig 0 ne de a	sig ne de a	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">x_0</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$P(x)$</td> <td style="text-align: center;">signe de a</td> <td style="text-align: center;">0 signe de a</td> <td style="text-align: center;">signe de a</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	$P(x)$	signe de a	0 signe de a	signe de a	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$P(x)$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">signe de a</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$P(x)$	signe de a	
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																							
$P(x)$	sig ne de a	sig 0 ne de $-a$	sig 0 ne de a	sig ne de a																							
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																								
$P(x)$	signe de a	0 signe de a	signe de a																								
x	$-\infty$	$+\infty$																									
$P(x)$	signe de a																										
	(en notant x_1 la plus petite racine)																										

STATISTIQUES

Valeur du caractère	x_1	x_2	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_p

- **Effectif total** : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$
- **Fréquence de la valeur x_i** : $f_i = \frac{n_i}{N}$
- **Moyenne** : $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N}$ ou $\bar{x} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_p x_p$

Pour la médiane et les quartiles : On suppose que les valeurs de la série d'effectif N sont rangées par ordre croissant (chacune d'elles étant répétée autant de fois que son effectif) : $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$.

- **Médiane** :
 - Si N est impair, $Me = x_{\frac{N+1}{2}}$ (c'est le terme de rang $\frac{N+1}{2}$)
 - Si N est pair, $Me = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2}$ (c'est la moyenne des termes de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$)
- **Premier quartile** : Le premier quartile Q_1 de la série est la valeur x_i dont l'indice i est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{N}{4}$.
- **Troisième quartile** : Le troisième quartile Q_3 de la série est la valeur x_i dont l'indice i est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{3N}{4}$.
- **Écart interquartile** : $E_i = Q_3 - Q_1$.

PROBABILITÉS

- $P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$
- Pour tout évènement A , $0 \leq P(A) \leq 1$
- Dans une situation d'équiprobabilité, $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues de } A}{\text{nombre total d'issues de } \Omega}$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ et $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
- Si $P(A) \neq 0$, $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
- Si $P(A) \neq 0$, $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$

SUITES NUMÉRIQUES

	Suites arithmétiques	Suites géométriques
u_{n+1} en fonction de u_n	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = u_n \times q$
Terme général à partir de u_0	$u_n = u_0 + nr$	$u_n = u_0 \times q^n$
Terme général à partir de u_1	$u_n = u_1 + (n-1)r$	$u_n = u_1 \times q^{n-1}$
Terme général à partir de u_p	$u_n = u_p + (n-p)r$	$u_n = u_p \times q^{n-p}$

Utilisation de la calculatrice pour les sommes : calcul de $u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$ avec $u_n = 2n + 3$.

Texas Instruments	Casio	
« catalog » (« 2nde », puis « 0 »), appuyer sur « ln » : somme(suite(2X+3,X,1,100))	« CALC » (« OPTN », « CALC » (F4), « ► » (F6)), « Σ(» (F3) : Σ(2X+3,X,1,100)	« CATALOG » (« SHIFT », puis « 4 », appuyer sur « x » (multiplier)) : $\sum_{x=1}^{100} (2X+3)$

DÉRIVÉES

- Dérivées usuelles**

D_f	$f(x) =$	$D_{f'}$	$f'(x) =$
IR	k (constante)	IR	0
IR	x	IR	1
IR	x^2	IR	$2x$
$] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$	$\frac{1}{x}$	$] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$
IR	x^n (avec $n \in \mathbb{N}^*$)	IR	$n x^{n-1}$

- Opérations sur les dérivées**

$f(x) =$	$f'(x) =$
$ku(x)$ (avec k constante)	$ku'(x)$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x) - v'(x)u(x)}{[v(x)]^2}$

LOI BINOMIALE

X suit la loi binomiale de paramètres n (un entier naturel non nul) et $p \in [0; 1]$.

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

Utilisation de la calculatrice : exemple avec $n=20$ et $p=0,6$.

	Texas Instruments	Casio
Menu contenant les instructions	« distrib » (« 2nde », puis « var »)	« BINM » (« OPTN », « STAT », « DIST », puis « BINM »)
Calcul de $P(X=7)$	binomFdp(20,0.6,7)	binomialPD(7,20,0.6)
Calcul de $P(X \leq 7)$	binomFrép(20,0.6,7)	binomialCD(7,20,0.6)

LOI NORMALE

X suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ .

- L'aire sous la courbe d'une loi normale a pour aire 1.
- $P(X \geq \mu) = 0,5$ et $P(X \leq \mu) = 0,5$
- $P(X \geq a) = 1 - P(X < a)$ et $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X < a)$
- $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95$

Utilisation de la calculatrice : exemple avec $\mu=21$ et $\sigma=7$.

	Texas Instruments	Casio
Menu contenant les instructions	« distrib » (« 2nde », puis « var »)	« NORM » (« OPTN », « STAT », « DIST », puis « NORM »)
Calcul de $P(10 \leq X \leq 30)$	normalFrép(10,30,21,7)	normCD(10,30,7,21)
Calcul de $P(X \leq 40)$	normalFrép(-10^99,40,21,7)	normCD(-10^99,40,7,21)
Calcul de $P(X \geq 25)$	normalFrép(25,10^99,21,7)	normCD(25,10^99,7,21)

ÉCHANTILLONNAGE ET ESTIMATION

Échantillonnage	Estimation
<p>On connaît p, fréquence théorique d'un caractère sur une population. On a un échantillon de taille n.</p> <p>L'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ est appelé intervalle de fluctuation au seuil 95 % de la fréquence de ce caractère aléatoire de taille n issu de la population.</p> <p><u>Conditions de validité :</u> $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$.</p>	<p>On connaît f, fréquence observée d'un caractère sur un échantillon de taille n d'une population.</p> <p>L'intervalle $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ est appelé intervalle de confiance au seuil 95 % de la proportion p de ce caractère aléatoire de la population.</p>